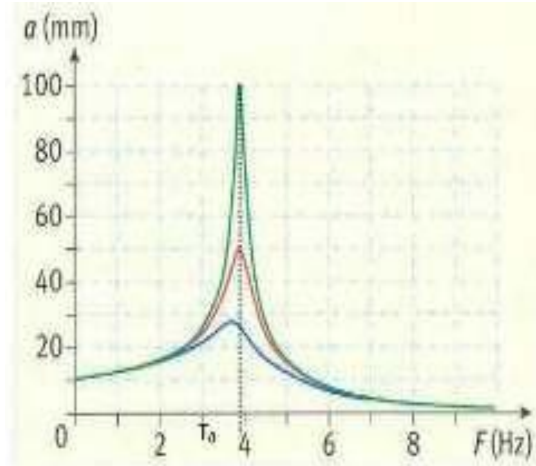
....

....

Remarque

Dans le cas d'un amortissement faible du résonateur, l'amplitude des oscillations forcées à la résonance prend une valeur grande ; **on dit que la résonance est aigue**.

Dans le cas d'un amortissement du résonateur fort, l'amplitude des oscillations prend une valeur faible, **on dit que la résonance est floue**.



Série d'exercices : Oscillations mécaniques

Exercice 1 : On considère un pendule élastique vertical constitué d'un ressort de constante de raideur **k = 20N/m** et d'un corps solide de masse $m = 200g$ On écarte le corps S verticalement vers le bas à partir de sa position d'équilibre d'une distance égale à **3cm** et on le lâche sans vitesse initiale.

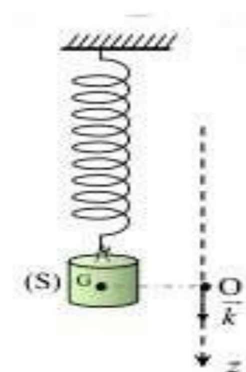
A l'instant $t = 0$ le corps passe de la position d'équilibre stable G, dans le sens positif.

1) Déterminer l'allongement du ressort à l'équilibre ΔP_0

2) Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

3) Donner l'équation horaire du mouvement.

4) Déterminer la période propre du mouvement. **On donne** $g = 10N/\text{kg}$.



Exercice 2 : Un pendule élastique est placé sur un plan inclinéd'un angle $a = 30°$ par rapport au plan horizontal .Le pendule élastique est constitué d'un ressort maintenue par un support fixe à l'une de ses extrémités alors que l'autre extrémité est liée à un corps solide de masse de masse $m = 200g$. (voir schéma).

Sachant que l'allongement du ressort à l'équilibre est: $\Delta P_0 = 8\ cm$

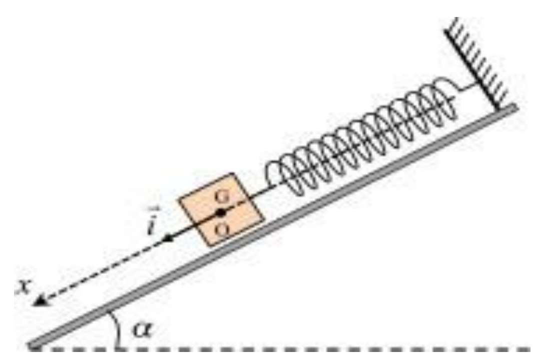
1) Déterminer l'allongement de ressort à l'équilibre.

2) On écarte le corps de sa position d'équilibre de 2cm selon la ligne de la grande pente vers le bas et on le lâche sans Vitesse initiale.

2-1- Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

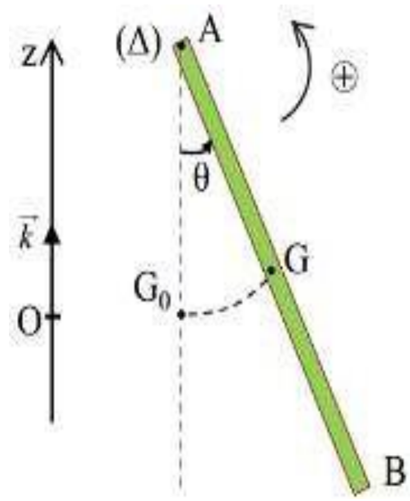
2-2-Sachant que le corps passe à $t = 0$ du point d'abscice $x = +1\ cm$ dans le sens positif. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

On donne : $g = 10\ N/\text{kg}$



Exercice 3 : Le pendule étudié est composé d'une barre homogène **AB** , sa masse $m = 0,203\ kg$, **Figure ci-contre** sa longueur $AB = P = 1,5\ m$, mobile dans un plan plan vertical autours d'un axe horizontal (∆) fixe passant son extrémité A . On étudie dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen .On repère , à chaque instant t , la position du pendule par son abscisse angulaire θ. On donne le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation (∆) : $J_\Delta = \frac{1}{2} m P^2$.

On admet dans le cas des petites oscillations que : $sin\theta \approx \theta$ avec θ en radian . On note g l'intensité de la pesanteur.



On écarte le pendule pesant de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_m dans le sens positif et on le lâche sans vitesse initiale à instant pris comme origine des dates.

1- Par application de la relation fondamentale de la dynamique de rotation, établir l'équation différentielle du mouvement du pendule.

2- Déterminer la nature du mouvement du pendule pesant et écrire l'équation horaire **θ(t)** en fonction de **t** , θ_m et la période propre T_0**.**

3- Montrer que l'expression de la période propre de ce pendule est : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2P}{3g}}$ **;**

1- Calculer la longueur L du pendule simple synchrone avec le pendule pesant étudié .

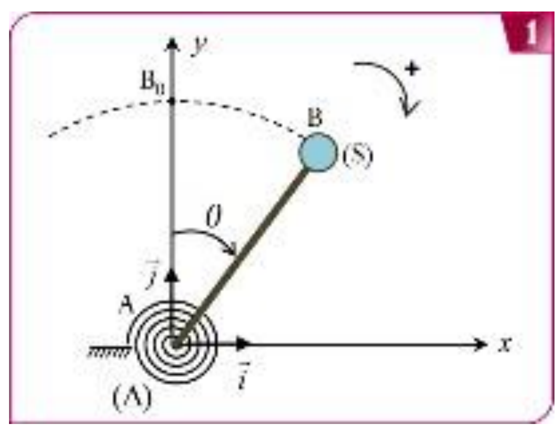
Exercice 4 : Le gravimètre est un appareil qui permet de déterminer, avec une grande précision, la valeur deg ; valeur d'intensité du champ de pesanteur en un lieu donné.

Les domaines d'utilisation des gravimètres sont nombreux : la géologie, l'océanographie, la sismologie, l'étude spatiale, la prospection minière….etc

On modélise un type de **gravimètre**s par un système mécanique oscillant constitué de :

- une tige AB, de masse négligeable et de longueur L, pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe fixe (∆) horizontal passant par l'extrémité A ;
- un corps solide (S), de masse m et de dimensions négligeables, fixé à l'extrémité B de la tige ;

un ressort spiral, de constante de torsion C, qui exerce sur la tige AB un couple de rappel de moment $M_C = -C.\theta$; où θ désigne l'angle que fait AB avec la verticale ascendante **Ay**. (**figure1**)



On étudie le mouvement de ce système mécanique dans un repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Données:

- masse du solide (S) : $m = 0,05\ kg$; - longueur de la tige : $L = 0,7\ m$;
- constante de torsion du ressort spiral : $C = 1,31 N.m.rad^{-1}$;
- expression du moment d'inertie du système par rapport à l'axe(∆) : $J_\Delta = m.L^2$
- pour les angles faibles : **sinθ ≈ θ** et $cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian

-On écarte le système mécanique de sa position d'équilibre vertical d'un angle petit max Ө dans le sens positif puis on le lâche sans vitesse initiale à un instant $t = 0$.

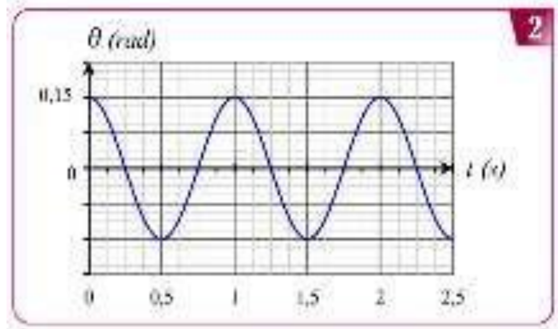
-Le système est repéré, à chaque instant t, par son abscisse angulaire . - On néglige tous les frottements.

1- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, montrer que l'équation différentielle du mouvement du système étudié s'écrit, pour les faibles oscillations, sous la forme.

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{C}{m.L^2} - \frac{g}{L}\right)\theta = 0$$

2- En utilisant les équations aux dimensions, déterminer la dimension de l'expression $\frac{C}{m.L^2} - \frac{g}{L}$

3- Pour que la solution de l'équation différentielle précédente soit sous la forme : $\theta(t) = \theta_{max}.cos\left(\frac{2\pi}{T} + \boldsymbol{\varphi}\right)$, il faut que la constante de torsion C soit supérieure à une valeur minimale C_{min}. Trouver l'expression de C_{min} en fonction de , m et g .



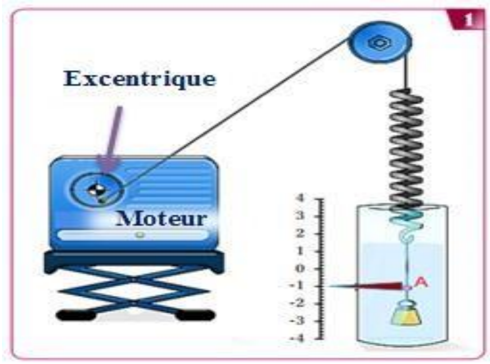
4- La courbe de **la figure 2** représente l'évolution de l'abscisse angulaire $\theta(t)$ dans le cas où $C > C_{min}$

4-1- Déterminer :

la période T , l'amplitude θ_{max} et la phase à l'origine $\boldsymbol{\varphi}$

4-2- Trouver l'expression de l'intensité de pesanteur g en fonction de L , m, C et T Calculer sa valeur . (avec π=3,14)

Exercice 5 Le montage ci-contre de **la figure 1** permet d'étudier les oscillations forcées du système {**solide - ressort**}. À l'aide d'un fil, on relie l'extrémité supérieure du ressort à un excentrique point du disque du moteur. Lorsque ce dernier tourne, il engendre un mouvement oscillatoire vertical du système avec une période égale à la sienne. En traitant les données par un système informatique on obtient **la courbe de la figure 2** représentant les variations de l'abscisse x du centre d'inertie du solide en fonction du temps (l'abscisse x_0 correspond à la position d'équilibre du solide).

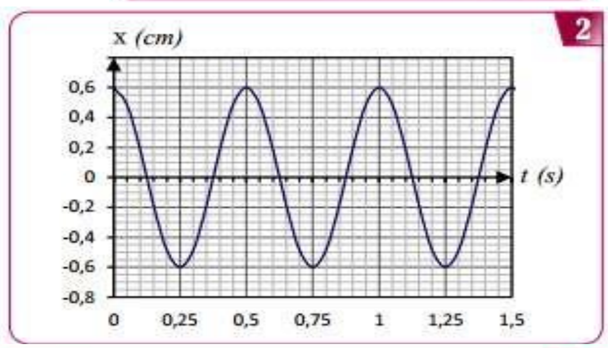


On donne : m = 100g et $K = 40N.m^{-1}$

1. **a.** Déterminer la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations du système.

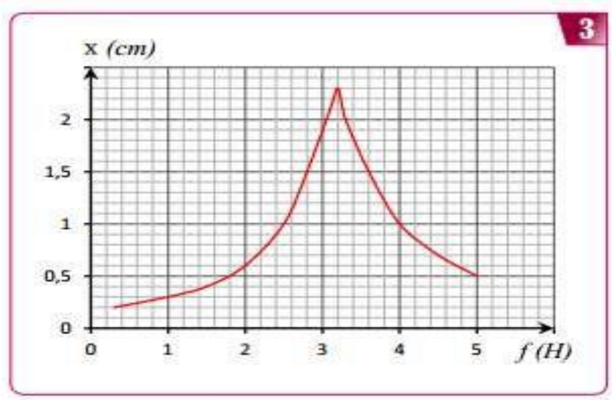
   b. Quelle est la fréquence de rotation du disque du moteur ?

   c. Qu'appelle-t-on le système { solide - ressort} ? et le moteur ?



2. On change la fréquence du disque du moteur et on enregistre, comme c'est décrit précédemment, les oscillations du système { solide- ressort } pour chaque fréquence. Puis on trace $x = f(N)$ **la figure 3**

N(Hz) :	1,5	2	2,5	2,8	3,1	3,2	3,3	3,6	4,5
X(cm) :	0,4	0,6	1,0	1,5	2,1	2,3	1,5	1,0	0,7



a. Déterminer la fréquence et la période des oscillations à la résonance.

b. Comparer cette période à la période propre du système.

Exercice 6 Un pendule de torsion est constitué d'un fil d'acier de constante de torsion C et une barre homogène AB de longueur L, suspendue à ce fil en son centre O (**figure-1**).Son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ)confondu avec le fil est J_0.

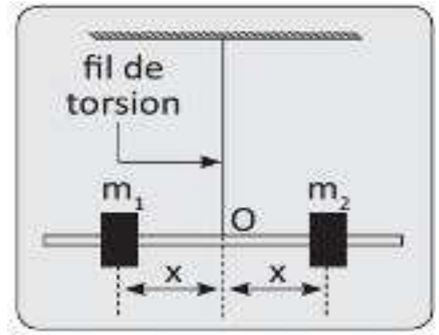


Figure 1

- A la même distance x de l'axe, on fixe sur la tige deux masselottes (S_1) et (S_2) de masses $m_1 = m_2 = m = 100\ g$
- Le moment d'inertie du système ainsi constitué $\{AB + (S_1)(S_2)\}$ a pour expression. $J_\Delta = J_0 + 2m.x^2$
- On écarte la barre de sa position d'équilibre, dans le plan horizontal, jusqu'à l'angle $\theta_m = \frac{\pi}{6}\ rad$ et on l'abandonne sans vitesse à une date $t_0 = 0$

On néglige les frottements et on prend $\pi^2 =$ **10.**

1- à l'aide d'une étude dynamique, établir que**:** $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

2- Sachant que $.\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \boldsymbol{\varphi}\right)$ trouver l'expression de T_0

3- Montrer que: $T_0^{\,2} = \frac{4\pi^2 J_0}{C} + \frac{8\pi^2 m}{C}x^2$

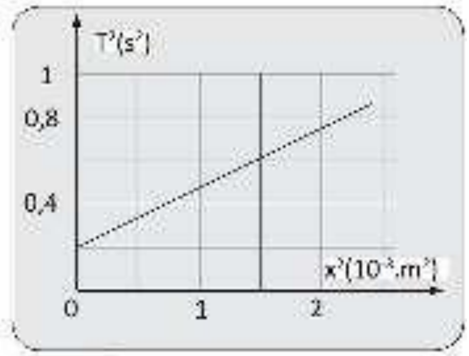


Figure 2

4- On fait varier la distance x et on mesure à l'aide d'un chronométré la période T_0 , Déterminer :

4-1 La valeur de la constante de torsion C.

4-2 La valeur du moment d'inertie J_0 de la barre AB.

****************************CORRECTION***************************

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………